УДК 681.324
DOI: https://doi.org/10.17721/AIT.2024.1.06

Олег БАРАБАШ, д-р техн. наук, проф.
ORCID ID: 0000-0003-1715-0761
e-mail: bar64@ukr.net
Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського", Київ, Україна

Андрій МАКАРЧУК, асп.
ORCID ID: 0000-0002-6422-7488
e-mail: andreymakarh2@gmail.com
Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського", Київ, Україна

РОЗРОБЛЕННЯ НОВОГО ПОКАЗНИКА ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ СТІЙКОСТІ ТА ЙОГО ОЦІНЮВАННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ БАГАТОВИМІРНОЇ ПОЛІНОМІАЛЬНОЇ РЕГРЕСІЇ

В с т у п *. **Функціональна стійкість розподілених систем стає все важливішим поняттям із розвитком інформаційних технологій. Набуває актуальності певна формалізація цього поняття. Математична формалізація функціональної стійкості у вигляді її показників і критеріїв відбувається вже не перше десятиліття. Особливу роль тут відіграють саме показники функціональної стійкості, яких сформульовано вже не так і мало. Однак головним недоліком більшості з них є те, що окрім своєї високої обчислювальної складності, ці показники ще й залежать від багатьох інших параметрів, або те, що вони недостатньо повно описують функціональну стійкість розглядуваної розподіленої системи. В цій роботі введено новий показник функціональної стійкості, у якого відсутній другий із згаданих недоліків. Перший недолік усувають завдяки використанню оцінювання, основаного на багатовимірній поліноміальній регресії.***

М е т о д и *. **Використано методи комп'ютерного моделювання та наближення.***

Р е з у л ь т а т и *. **Як спосіб розроблення нового показника функціональної стійкості вибрано модифікацію існуючого показника, відомого в літературі як імовірність справності. Висунувши певні припущення та провівши деякі перетворення, отримано величину, яка має певні хороші властивості, а саме: вказана величина міститься строго в проміжку від нуля до одиниці, а також чим більшою вона є, тим більш функціонально стійкою можна вважати розглядувану розподілену систему. Проте отриманий показник функціональної стійкості вимагає дуже багато обчислень, тому здійснено спробу побудови оцінки цього показника за допомогою методів наближення. В межах указаного дослідження було вивчено можливості застосування багатовимірної поліноміальної регресії. Як показало комп'ютерне моделювання, для досягнення точності, рівної, в середньому, двом відсоткам, достатньо використовувати п'ятивимірну поліноміальну регресію четвертого степеня. Подальше підвищення степеня п'ятивимірної регресійної моделі не даватиме значущого зменшення похибки.***

В и с н о в к и *. **Введений у роботі показник функціональної стійкості є зручним засобом для дослідження функціональної стійкості розподілених систем. Однак він вимагає значної кількості обчислень. Із цією метою представлено метод оцінювання вказаного показника, який дозволяє достатньо точно обчислити введений показник функціональної стійкості.***

К л ю ч о в і   с л о в а : ***функціональна стійкість, показник, наближення, оптимізація, регресія, функції багатьох змінних.***

Вступ

Проєктування й експлуатація розподілених систем стає все актуальнішим напрямом через збільшення спектра задач, зокрема і пов'язаних із телекомунікаціями, обміном та аналізом даних, способами організації складних обчислень тощо. На основі цього очікуваним є виникнення поняття функціональної стійкості, тобто можливості бодай часткового виконання розподіленою системою поставлених перед нею задач з урахуванням сторонніх ефектів, та методів формального її оцінювання.

Розроблені на сьогодні показники функціональної стійкості, як-от імовірність і матриця зв'язності, степінь вершинної та реберної зв'язності тощо, мають бодай один із таких недоліків:

- висока обчислювальна складність;
- складна інтерпретовуваність;
- значна залежність від досить великої кількості параметрів;
- відсутність ефективних методів оцінювання.

Одним із можливих способів розв'язання окресленої проблеми є розроблення нових показників функціональної стійкості та відповідних методів їх оцінювання. В цій роботі запропоновано новий структурний показник функціональної стійкості. Попри його специфіку, цей показник ефективно можна оцінювати за допомогою багатовимірної поліноміальної регресії, що буде продемонстровано в основній частині роботи.

Огляд останніх публікацій. Широке застосування розподілених систем нині вимагає більше уваги приділяти питанням, пов'язаним із функціональною стійкістю. Зокрема це стосується і формальних методів опису функціональної стійкості розподілених систем. Вказаною проблемою займається чимало науковців. Наприклад, у роботах (Барабаш, 2004; Барабаш, & Кравченко, 2002) виконано огляд чималої кількості вже розроблених показників і критеріїв функціональної стійкості, а також умов, виконання яких функціональну стійкість забезпечує. В дослідженні (Миронюк та ін., 2024) розглянуто деякі з тих самих показників, однак, на фоні вже сучасного стану інформаційних технологій. Певні показники функціональної стійкості досліджено більш детально. Наприклад, в роботі (Барабаш та ін., 2024) досліджено застосування відомих методів наближення (Shidlich, 2013), (Abdullayev et al., 2019) для оцінювання ймовірності зв'язності. В ряді робіт, як-от: (Kravchenko, Leschenko, & Mykus, 2016), (Mashkov et al. 2021), (Kovalchuk et al., 2020), демонструються певні можливості застосування поняття та показників функціональної стійкості в конкретних ситуаціях. Однак, такі роботи часто не враховують саме специфіку показників функціональної стійкості, акцентуючи, зазвичай, увагу лише на можливостях прикладного застосування.

Багато нині розроблених показників функціональної стійкості мають, як мінімум, одну з двох проблем: конкретний показник може залежати від дуже великої кількості параметрів, що робить дослідження функціональної стійкості досить проблематичним, або його використання вимагає дуже великої кількості обчислень. Спроби розв'язання другої проблеми здійснювалися в деяких роботах типу (Барабаш та ін., 2024), але такі спроби, переважно, мають недостатньо глибокий характер. Спроб розв'язання першої проблеми майже не було. Саме тому постає необхідність в розробленні нових показників функціональної стійкості, простіших у плані прикладного застосування, та, у випадку їхньої високої обчислювальної складності, методів ефективного їх оцінювання.

Опис нового показника функціональної стійкості. Розглянемо інформаційну систему, структуру якої можна представити неорієнтованим графом $G=G(V,L)$. Під імовірністю зв'язності R_{ij} розуміють імовірність передачі інформації між машинами v_i та v_j. Оскільки ймовірність зв'язності R_{ij} математично можна розглядати як функцію не лише від графа G, а й від імовірності справності кожного з елементів розглядуваної системи, тобто $\forall i, j=1,2,...,n: R_{ij}=R_{ij}\left(G, p(v_1), p(v_2),..., p(v_n), p(l_1), p(l_2),..., p(l_m)\right)$, то логічним є питання, як перетворити R_{ij} так, щоб залежність, у результаті, спостерігалася лише від графа G? Іншими словами, яке перетворення для R_{ij} необхідно підібрати, щоб воно залежало лише від структури розглядуваної інформаційної системи?

Вказану проблему можна розв'язати у такий спосіб. Для початку покладемо, що на момент обчислення показника функціональної стійкості всі машини в системі є абсолютно надійними, тобто $\forall i=1,2,...,n: p(v_i)=1.$ Тепер вважатимемо, що ймовірності справності всіх ліній зв'язку однакові та рівні числу p, тобто $\forall j=1,2,...,m: p(l_j)=p.$ З урахуванням описаних припущень неважко побачити, що тоді ймовірність зв'язності R_{ij} буде функцією від графа G та величини p, тобто $R_{ij}=R_{ij}(G,p).$ Введемо тепер ще позначення:

$$\bar{R}_{ij}=\bar{R}_{ij}(G)=\int_0^1 R_{ij}(G,p)\,dp.$$

На основі цієї формули можна ввести новий структурний показник функціональної стійкості, який позначимо $\bar{R}$ та обчислюватимемо за формулою

$$\bar{R}=\min_{i,j=1,2,...,n\wedge i\neq j}\bar{R}_{ij}. \tag{1}$$

Розглянемо певні особливості показника функціональної стійкості (1). По-перше, величина (1) буде дійсною величиною, яка коливатиметься в проміжку від 0 до 1. По-друге, збільшення цієї величини явно вказуватиме на "покращення" функціональної стійкості. Іншими словами, чим ближчий показник (1) до одиниці, тим більш функціонально стійкою буде розглядувана розподілена система. Також не варто забувати про те, що (1), фактично, залежить виключно від структури розглядуваної системи, що, у свою чергу, дозволяє певною мірою абстрагуватися від таких параметрів елементів системи, як наприклад, імовірність справності. Однак, попри перераховані вище переваги, показник (1) має один дуже суттєвий недолік: складність його обчислення становить $\Omega\left(n^2 2^n\right)$ (Барабаш, 2004; Cormen et al., 2009), де n – кількість машин у системі, що може бути неприпустимим з урахуванням сучасних габаритів розподілених інформаційних систем. Тому логічним є питання про побудову методів оцінювання показника (1), які вимагали б значно менше обчислень. Іншими словами, є необхідність в оптимізації обчислення показника (1).

Методи

З огляду на поставлену задачу та характер проблеми, в роботі запропоновано використовувати методи комп'ютерного моделювання та наближення.

Оцінювання значення показника функціональної стійкості (1) за допомогою поліноміальної регресії. Відомо, що одним із можливих підходів до оптимізації обчислень є використання методів наближення. Оскільки методів наближення зараз розроблено досить багато, то виникає необхідність у виборі підходящого. Для початку покладемо, що показник $\bar{R}$ є функцією від певних числових характеристик графа G, який описує структуру розглядуваної розподіленої системи. З урахуванням того, що показник (1) як функція нам не заданий (його значення ми, фактично, можемо обчислити лише для конкретної структури розподіленої системи), одним із найпростіших підходів є використання степеневих поліномів, побудованих за допомогою методу найменших квадратів, тобто застосування багатовимірної поліноміальної регресії.

Тепер визначимося, які числові параметри графа G досліджуватимемо як аргументи розглядуваної функції. Мабуть, інтуїтивно найзрозуміліними такими характеристиками будуть мінімальний і максимальний степені вершини у графі G, які позначимо як $d_{\min}$ та $d_{\max}$, відповідно, та насиченість графа S. Однак, оскільки перші два параметри, фактично, є натуральними числами, то для зручності подальшого дослідження введемо величини $\eta_{\min}=\frac{d_{\min}}{n-1}$ та $\eta_{\max}=\frac{d_{\max}}{n-1}$, де n –кількість машин у розглядуваній інформаційній системі. Отже, покладемо, що показник $\bar{R}$ є функцією від параметрів $\eta_{\min}$, $\eta_{\max}$ та S, тобто $\bar{R}=\bar{R}(\eta_{\min},\eta_{\max},S)$.

Як зазначено вище, розглядатимемо поліноміальну регресійну модель (надалі іноді називатимемо довільну поліноміальну регресійну модель степеневим поліномом або просто поліномом), яку позначимо як $P_v=P_v(\eta_{\min},\eta_{\max},S)$, де v – степінь полінома P_v. Для її побудови та подальшого дослідження згенеровано вибірку 9546 різних структур

ISSN 2788-6603

інформаційних систем невеликих розмірів із відповідними значеннями параметрів $\eta_{\min}$, $\eta_{\max}$ і S та обчисленого показника (1) за допомогою методу Монте-Карло.

Неважко побачити, що в межах поставленої задачі розглядати лінійну регресійну модель, тобто P_1, навряд чи доречно. Тому почнемо дослідження з випадку так званої квадратичної регресії, тобто коли $v = 2$. В цьому випадку степеневий поліном P_v матиме вигляд

$$P_v = P_2(\eta_{\min}, \eta_{\max}, S) = \\ = a_2\eta_{\min}^2 + a_1\eta_{\min} + b_2\eta_{\max}^2 + b_1\eta_{\max} + c_2S^2 + c_1S + d_1\eta_{\min}\eta_{\max} + d_2\eta_{\min}S + d_3\eta_{\max}S + e. \quad (2)$$

Якщо розв'язати задачу мінімізації середньоквадратичного відхилення методом градієнтного спуску, то можна побачити, що квадратична регресійна модель $P_2 = P_2(\eta_{\min}, \eta_{\max}, S)$ запишеться як

$$P_2(\eta_{\min}, \eta_{\max}, S) = \\ = -4.28\eta_{\min}^2 + 0.95\eta_{\min} - 0.35\eta_{\max}^2 + 0.25\eta_{\max} - 3.74S^2 + 2.68S - 0.45\eta_{\min}\eta_{\max} + 4.5\eta_{\min}S + 0.74\eta_{\max}S. \quad (3)$$

Тепер оцінимо середню абсолютну й відносну похибки під час використання степеневого полінома (3) для оцінювання показника функціональної стійкості (1), базуючись на згенерованій вибірці.

Результати

Провівши необхідні обчислення на наявних даних, можна встановити, що середня абсолютна похибка за використання (3) приблизно рівна 0,038, а середня відносна – 6,2 %. На основі цього результату може виникнути питання, чи можливо зменшити середню абсолютну та середню відносну похибку, розглядаючи випадок $v > 2$? Провівши аналогічні обчислення, але для степеневих поліномів P_v вище другого степеня, можна отримати результати, представлені в табл. 1.

Таблиця 1

Точність поліноміальної регресійної моделі P_v як методу оцінювання показника функціональної стійкості $\overline{R}$

P_v	Середня абсолютна похибка	Середня відносна похибка, %
P_3	0,03348	5,64
P_4	0,03233	5,52
P_5	0,04421	7,19
P_6	0,03193	5,44
P_7	0,03069	5,26

Як видно з табл. 1, маємо чітку відповідь на поставлене питання: випадок $v > 2$ не дає значущого покращення в точності (що, зокрема і видно по середній відносній похибці), особливо, на фоні підвищення складності обчислень. Це означає, якщо в межах поставленої задачі допустимо мати точність оцінювання показника функціональної стійкості $\overline{R}$, в середньому ± 6 %, то використання полінома (3) буде цілком достатньо. Однак, чи можливо покращити точність оцінювання цього показника функціональної стійкості за допомогою поліноміальної регресії, не обмежуючись лише підвищенням її степеня?

Щоб відповісти на це питання, розглянемо показник $\overline{R}$ як функцію не від трьох, а від п'яти числових показників структури інформаційної системи. Для цього розглянемо ще два числові параметри графа G, що описує структуру розглядуваної інформаційної системи, а саме степінь вершинної зв'язності графа κ_G та степінь реберної зв'язності графа λ_G. Відтак, діючи так само, як і з мінімальним та максимальним степенем вершини графа G, можна розглянути дві додаткові змінні, а саме $q_G = \dfrac{\kappa_G}{n-1}$ та $u_G = \dfrac{\lambda_G}{n-1}$. Далі розглянемо показник (1) як функцію від $\eta_{\min}$, $\eta_{\max}$, S, q_G та u_G, тобто тепер вважатимемо, що $\overline{R} = \overline{R}(\eta_{\min}, \eta_{\max}, S, q_G, u_G)$, і, діючи аналогічно, наблизимо його за допомогою поліноміальної регресійної моделі $\tilde{P}_v = \tilde{P}_v(\eta_{\min}, \eta_{\max}, S, q_G, u_G)$, де знову v – степінь полінома P_v.

Діючи аналогічно, розглянемо спочатку квадратичну регресійну модель, тобто випадок $v = 2$. У цьому випадку розглядуваний степеневий поліном $\tilde{P}_v$ матиме вигляд

$$\tilde{P}_v = \tilde{P}_2(\eta_{\min}, \eta_{\max}, S, q_G, u_G) = \\ = -5.169\eta_{\min}^2 + 2.74\eta_{\min} + 0.2754\eta_{\max}^2 + 0.885\eta_{\max} - 2.07S^2 + 1.476S + 4.599q_G^2 - 3.772q_G - \\ -0.357u_G^2 - 1.779u_G - 0.748\eta_{\min}\eta_{\max} + 2.607\eta_{\min}S - 1.858\eta_{\min}q_G + 2.175\eta_{\min}u_G - \\ -0.858\eta_{\max}S - 3.248\eta_{\max}q_G + 0.808\eta_{\max}u_G + 4.963Sq_G + 0.245Su_G + 2.07q_Gu_G. \quad (4)$$

Провівши необхідні обчислення, можемо побачити, що середня абсолютна похибка за використання полінома (4) для оцінювання показника $\bar{R}$ становить приблизно 0.025, а середня відносна – приблизно 3,9 %. Іншими словами степеневий поліном (4) дозволяє точніше оцінити введений вище показник функціональної стійкості (1), аніж степеневий поліном (3). Очевидним постає питання, наскільки зміниться точність оцінювання показника $\bar{R}$ у разі збільшення степеня регресійної моделі $\tilde{P}_v$? Для цього розглянемо табл. 2.

Таблиця 2

Точність регресійної моделі (4) за підвищення степеня

$\tilde{P}_v$	**Середня абсолютна похибка**	**Середня відносна похибка, %**
$\tilde{P}_3$	0,013	2,27
$\tilde{P}_4$	0,009	1,76
$\tilde{P}_5$	0,008	1,62
$\tilde{P}_6$	0,009	1,7
$\tilde{P}_7$	0,007	1,53

Із табл. 2 чітко видно, що, на відміну від поліноміальної регресійної моделі $P_v = P_v(\eta_{\min}, \eta_{\max}, S)$, поліноміальна регресійна модель $\tilde{P}_v = \tilde{P}_v(\eta_{\min}, \eta_{\max}, S, q_G, u_G)$ даватиме значно кращу точність оцінювання показника функціональної стійкості (1). Щоб цей факт відслідкувати наглядніше, побудуємо графік, на якому по осі *x* відкладемо степінь поліноміальної регресії v, а по осі *y* – значення похибки.

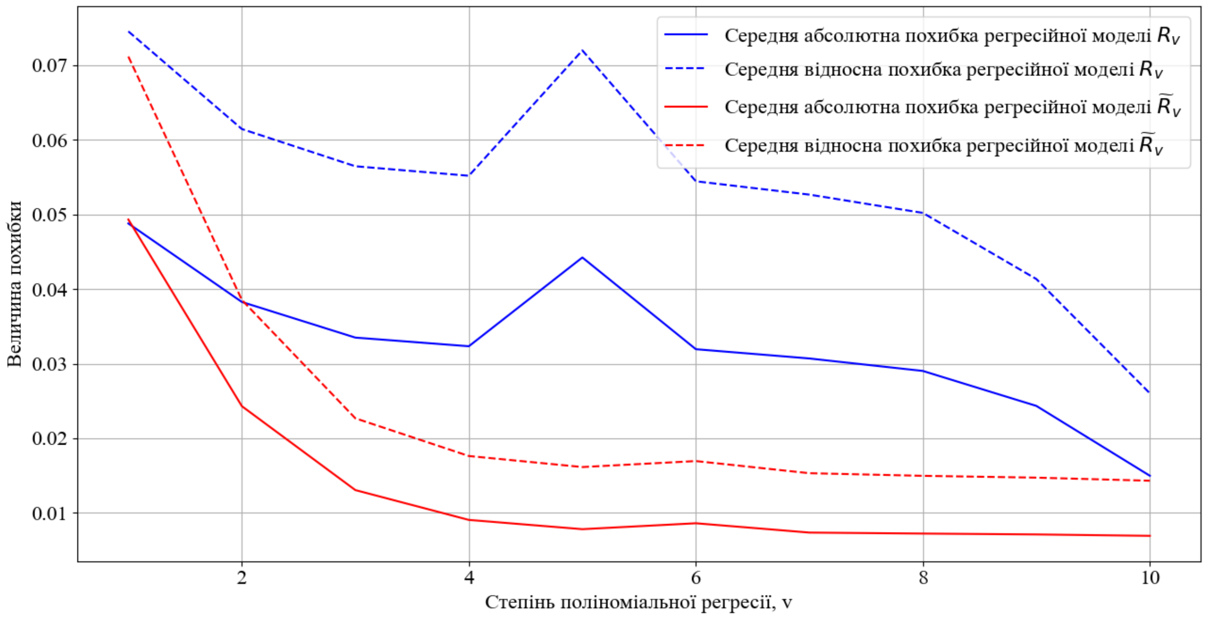

Рис. 1. Порівняння поведінки середньої абсолютної та середньої відносної похибки оцінювання показника (1) поліноміальними регресійними моделями P_v та $\tilde{P}_v$ залежно від степеня

Як видно з рис. 1, середня абсолютна та середня відносна похибка, за якою можна оцінити показник (1) за допомогою згаданих регресійних моделей, поводитимуться подібно. Однак, можна також помітити, якщо оцінювати показник (1) за допомогою моделі $\tilde{P}_v$, а не P_v, тобто, спираючись на 5 зазначених вище числових характеристик структури інформаційної системи, а не на 3, то середня абсолютна та середня відносна похибки такого оцінювання будуть більш прогнозованими, з одного боку, а якість такого оцінювання буде навіть краща. Помічаємо, що за оцінювання показника (1) за допомогою поліноміальної регресійної моделі $\tilde{P}_v$, розгляд випадку $v > 4$ не має особливого сенсу, оскільки значущого покращення точності оцінювання на фоні підвищення кількості обчислень не спостерігатиметься (рис. 2).

Зважаючи на викладене, логічним було б вважати, що оптимальним способом оцінювання показника (1) при використанні багатовимірної поліноміальної регресії буде застосування поліномів $\tilde{P}_3$ та $\tilde{P}_4$: перший вимагає менше

ISSN 2788-6603

обчислень та легший у використанні, а другий дозволяє робити точніше оцінювання. Проте з іншого боку, для обчислених значеннях параметрів η_{min}, η_{max}, S, q_G та u_G обидва поліноми мають однакову обчислювальну складність незалежно від габаритів розглядуваної розподіленої системи (рис. 3 та 4).

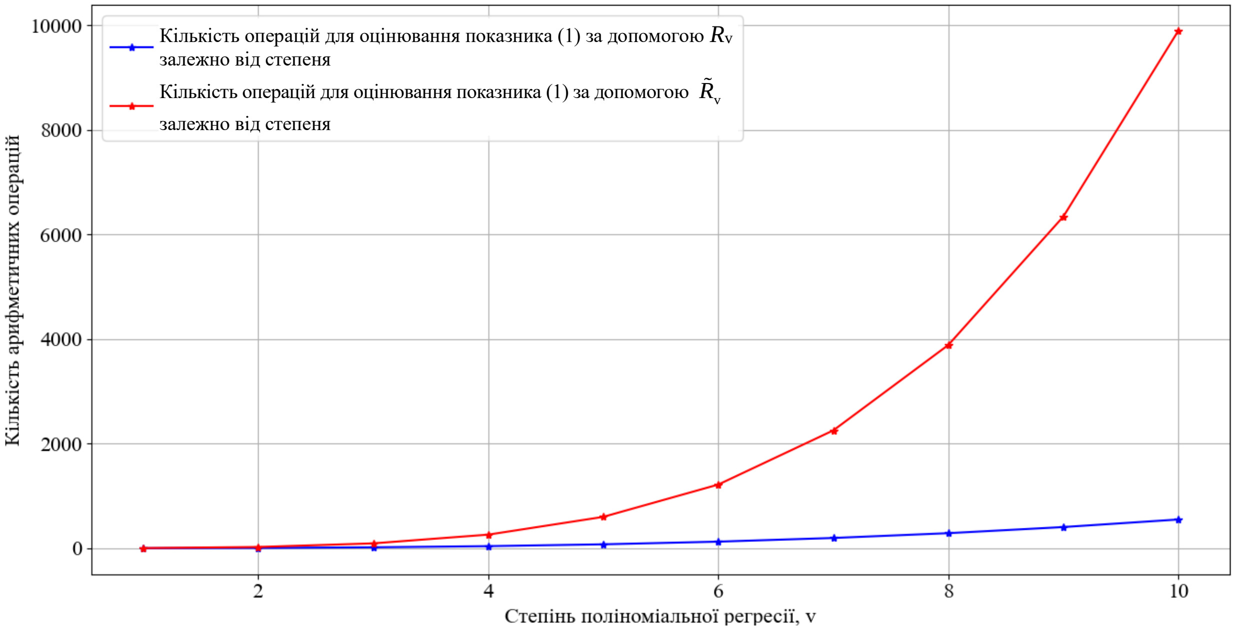

Рис. 2. Порівняння кількості обчислень, необхідних для оцінювання показника функціональної стійкості (1) за допомогою регресійних моделей $\tilde{P}_v$ та P_v залежно від степеня

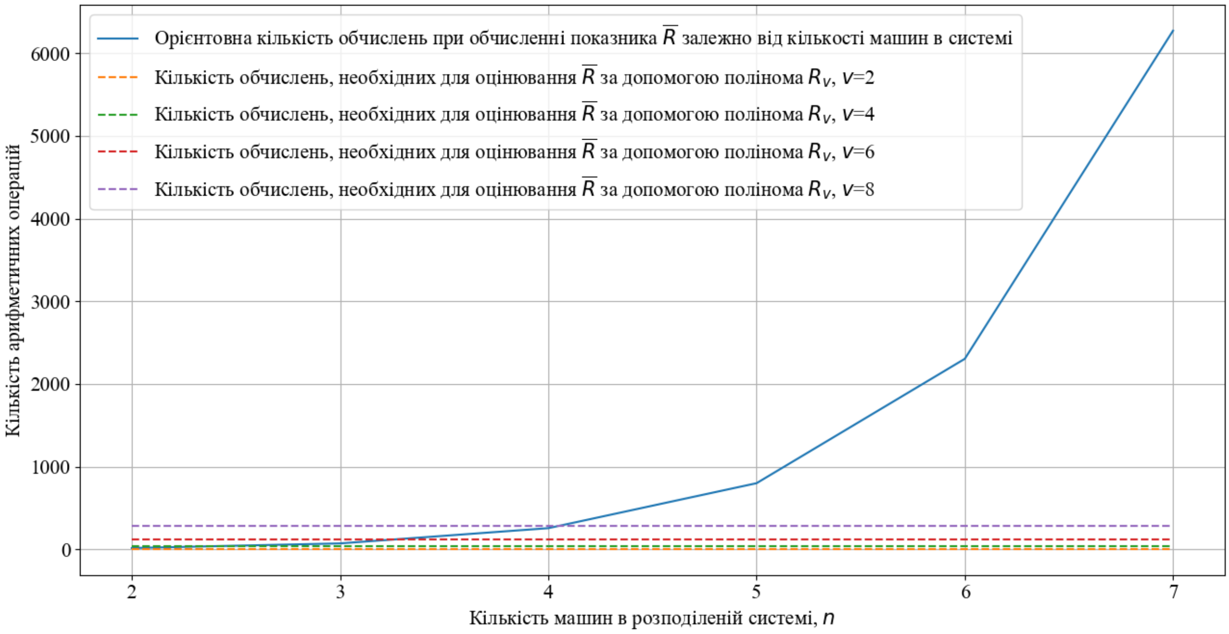

Рис. 3. Порівняння необхідної кількості обчислень під час безпосереднього обчислення показника функціональної стійкості (1) та за його оцінювання за допомогою полінома P_v залежно від кількості машин у системі

На рис. 3 та 4 видно, що габарити розглядуваної розподіленої системи справді безпосередньо не впливають на кількість обчислень у разі використання поліномів $\tilde{P}_v$ та P_v для оцінювання показника функціональної стійкості (1).Це означає, що застосування регресійних моделей для оцінювання введеного в роботі показника функціональної стійкості (1) дійсно може бути робочим рішенням. Однак виникає питання: поліноміальну регресію якого степеня доречно брати для оцінювання показника (1)?

З огляду на табл. 1 та рис. 1, видно, що тривимірна поліноміальна регресія, тобто поліноми P_v можуть забезпечувати необхідну точність обчислень лише коли степінь регресійного полінома v є досить великим. Це, у свою чергу може вимагати занадто багато обчислень. З урахуванням цього подальший розгляд тривимірної поліноміальної регресії як методу оцінювання введеного раніше показника функціональної стійкості можна вважати недоцільним. Тому дослідимо в цьому ракурсі лише п'ятивимірну поліноміальну регресію, тобто поліноми $\tilde{P}_v$.

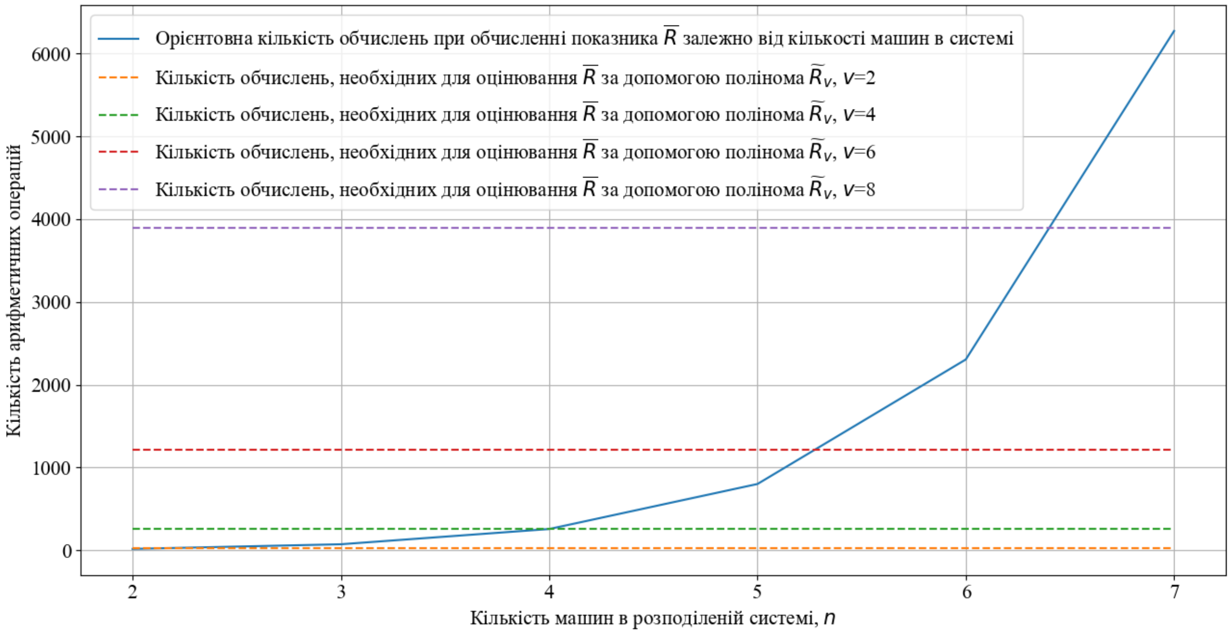

Рис. 4. Порівняння необхідної кількості обчислень під час безпосереднього обчислення показника функціональної стійкості (1) та за його оцінювання за допомогою полінома $\tilde{P}_v$ залежно від кількості машин у системі

Оскільки аналіз лінійної та квадратичної п'ятивимірної регресії як методу оцінювання показника (1) уже здійснено, то розглянемо кубічний випадок, тобто поліном $\tilde{P}_3$. Якщо його обчислювати так, як описано вище в роботі, використовуючи при цьому ту саму вибірку, то вказаний поліном запишеться так:

$$\tilde{P}_3 = \tilde{P}_3(\eta_{\min}, \eta_{\max}, S, q_G, u_G) =$$
$$= 7.01\eta_{\min} + 2.57\eta_{\max} + 1.14S - 13.69q_G - 3.84u_G - 14\eta_{\min}^2 - 4.56\eta_{\min}\eta_{\max} + 5.6\eta_{\min}S - 21.83\eta_{\min}q_G + 7.54\eta_{\min}u_G -$$
$$-1.63\eta_{\max}^2 - 2.11\eta_{\max}S - 6.53\eta_{\max}q_G + 7.05\eta_{\max}u_G - 7.96S^2 + 32.52Sq_G + 0.19Su_G + 35.09q_G^2 + 4.38q_Gu_G - 2.89u_G^2 +$$
$$+12.98\eta_{\min}^3 - 1.66\eta_{\min}^2\eta_{\max} - 7.23\eta_{\min}^2 S + +12.31\eta_{\min}^2 q_G + 4.42\eta_{\min}^2 u_G + 0.72\eta_{\min}\eta_{\max}^2 + 7.89\eta_{\min}\eta_{\max}S + 4.66\eta_{\min}\eta_{\max}q_G -$$
$$-1.74\eta_{\min}\eta_{\max}u_G - 7.23\eta_{\min}S^2 + 17.93\eta_{\min}Sq_G - 13.87\eta_{\min}Su_G + 6.99\eta_{\min}q_G^2 - 4.48\eta_{\min}q_Gu_G - 0.28\eta_{\min}u_G^2 - 0.49\eta_{\max}^3 +$$
$$+5.21\eta_{\max}^2 S + 3.09\eta_{\max}^2 q_G - 4.03\eta_{\max}^2 u_G - 5.78\eta_{\max}S^2 - 5.6\eta_{\max}Sq_G - 7.64\eta_{\max}Su_G + 5.09\eta_{\max}q_G^2 + 3.35\eta_{\max}q_Gu_G + 7.19\eta_{\max}u_G^2 +$$
$$+7.22S^3 - 1.48S^2q_G + 13.25S^2u_G - 50.9Sq_G^2 - 20.74Sq_Gu_G + 0.49Su_G^2 - 24.57q_G^3 + 11.39q_G^2u_G + 0.47q_Gu_G^2 - 3.7u_G^3. \quad (5)$$

Як видно з табл. 2, за допомогою (5) ми можемо забезпечити точність обчислення введеного показника функціональної стійкості (1) із середньою точністю, рівною 3 %. Цю точність можна покращити до 2 % (див. табл. 2), використавши вже п'ятивимірну поліноміальну регресійну модель четвертого степеня, тобто поліном $\tilde{P}_4 = \tilde{P}_4(\eta_{\min}, \eta_{\max}, S, q_G, u_G)$. Однак, згідно з проведеними розрахунками, кількість необхідних обчислень зросте приблизно в 2.796 раз, що може бути недоречним з урахуванням можливої необхідності попереднього обчислення параметрів $\eta_{\min}$, $\eta_{\max}$, S, q_G та u_G. Як видно з рис. 2, з тієї самої причини недоречним може бути використання поліноміальної регресії ще вищих степенів. З іншого боку, якщо розглядати п'ятивимірну лінійну, квадратичну та кубічну регресію, то кубічна забезпечуватиме найкращу точність (див. табл. 2). Відповідно, якщо оцінювати показник функціональної стійкості $\overline{R}$ за допомогою три- або п'ятивимірної поліноміальної регресії, то найоптимальнішим (згідно з табл. 1, 2 та рис. 1, 2) варіантом є використання п'ятивимірної кубічної регресійної моделі, тобто полінома (5).

ISSN 2788-6603

Дискусія і висновки

Сформульовано новий структурний показник функціональної стійкості $\bar{R}$. Цей показник є числовою величиною, значення якої коливається в проміжку від 0 до 1. Характеристикою функціональної стійкості розглядуваної розподіленої інформаційної системи буде близькість цієї величини до одиниці, тобто чим вищим є значення $\bar{R}$, тим більш функціонально стійкою можна вважати розглядувану систему.

Вказаний показник функціональної стійкості обчислюється досить складно. Особливо це відчутно у випадку розподілених систем із великою кількістю машин. Тому в роботі зразу ж досліджено метод його оцінювання за класичними методами наближення, а саме за допомогою багатовимірної поліноміальної регресії.

В межах дослідження можливостей застосування багатовимірних поліноміальних регресійних моделей для оцінювання введеного показника функціональної стійкості (1) розглянуто тривимірну та п'ятивимірну поліноміальну регресію P_v та $\tilde{P}_v$, відповідно. Установлено, що збільшення степеня поліноміальної регресії може збільшити точність оцінювання показника (1) в обох випадках, однак, у випадку п'ятивимірної регресії поведінка середньої абсолютної та середньої відносної похибок більш прогнозована, а їхні значення менші. Це, у свою чергу, може забезпечити необхідність меншої кількості обчислень. Тому основну увагу в подальшому дослідженні сконцентровано саме на застосуванні п'ятивимірної поліноміальної регресії в контексті оцінювання показника функціональної стійкості (1). Враховуючи те, як змінюється середня відносна та середня абсолютна похибки для поліномів $\tilde{P}_v$ залежно від степеня v (див. рис. 1) разом із кількістю необхідних для їх застосування обчислень (див. рис. 2), установлено, що в досліджуваному випадку найдоцільнішим є застосування п'ятивимірної кубічної регресії, тобто полінома (5). Цей поліном у середньому може забезпечити точність обчислення введеного в роботі показника функціональної стійкості у 3 %.

У такий спосіб в роботі наведено новий структурний показник функціональної стійкості розподілених інформаційних систем і вказано можливий метод його оцінювання, який вимагатиме значно менше обчислень.

Внесок авторів: Олег Барабаш – огляд літератури, збір даних, формулювання основної наукової ідеї; Андрій Макарчук – розроблення методів і методології дослідження, опис результатів і написання висновків.

Список використаних джерел

Abdullayev, F. G., Ozkartepe, P., Savchuk, V. V., & Shidlich, A. L. (2019). Exact constants in direct and inverse approximation theorems for functions of several variables in the spaces Sp. *Filomat,* 33(5), 1471–1484. https://doi.org/10.2298/FIL1905471A

Барабаш, О. В. (2004). *Побудова функціонально стійких розподілених інформаційних систем.* Національна академія оборони України.

Барабаш, О. В., & Кравченко, Ю. В. (2002). Функціональна стійкість – властивість складних технічних систем. *Збірник наукових праць Національної академії оборони України,* 40, 225–229. Національна академія оборони України.

Барабаш, О. В., Обідін, Д. М., Саланда, І. П., & Макарчук, А. В. (2024). Порівняльний аналіз наближення ймовірнісного показника функціональної стійкості за допомогою поліномів Бернштейна та нейронних сіток прямого розповсюдження. *Зв'язок*, 3, 32–37. https://doi.org/10.31891/2219-9365-2024-77-6

Antonevych, M., Didyk, A., & Snytyuk, V. (2019). Optimization of functions of two variables by deformed stars method. In O. Yudin (Ed.). *2019 IEEE International Conference on Advanced Trends in Information Theory (ATIT)* (pp. 475–480). Taras Shevchenko national university of Kyiv. https://doi.org/10.1109/ATIT49449.2019.9030475

Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., & Stein, C. (2009). *Introduction to algorithms* (3rd ed.). The MIT Press.

Kravchenko, Y., Leschenko, O., & Mykus, S. (2016). Functional stability of information and telecommunication systems. *East European Scientific Journal,* 2(6), 47–52. https://doi.org/10.2298/FIL1905471A

Kovalchuk, D., Kravchenko, Y., Starkova, O., Herasymenko, K., Tarasenko, N., & Riabtsev, V. (2020). Development of recommendations for the implementation of virtualization concepts in modern networks. In D. Ageyev (Ed.). *2020 IEEE International Conference on Problems of Infocommunications, Science and Technology (PIC S&T)* (pp. 797–802). National Aerospace university "KhAI". https://doi.org/10.1109/PICST51311.2020. 9467918

Makarchuk, A., Kal'chuk, I., Kharkevych, Y., & Kharkevych, G. (2022). Application of trigonometric interpolation polynomials to signal processing. In O. Yudin (Ed.). *2022 IEEE 4th International Conference on Advanced Trends in Information Theory (ATIT)* (pp. 156–159). Taras Shevchenko national university of Kyiv. https://doi.org/10.1109/ATIT58178.2022.10024182

Mashkov, O. A., Murasov, R. K., Kravchenko, Y. V., Dakhno, N. B., Leschenko, O. A., & Trush, O. V. (2021). Optimal forecast algorithm based on compatible linear filtration and extrapolation. *Mathematical Modeling and Computing,* 8(2), 157–167. https://doi.org/10.23939/mmc2021.02.157

Миронюк, М. Ю., Майстров, О. О., Мусієнко, А. П., & Макарчук, А. В. (2024). Аналіз побудови інтелектуальної інформаційної системи на основі поняття функціональної стійкості. *Зв'язок,* 1, 3–8. https://doi.org/10.31673/2412-9070.2024.010308

Shidlich, A. L. (2013). *Approximations of certain classes of functions of several variables by greedy approximants in the integral metrics.* Institute of Mathematics of NAS of Ukraine.

Snytyuk, V., Antonevich, M., & Didyk, A. (2020). Optimization of fire monitoring system using the deformed stars method. *Information Systems and Technologies Security*, 1(2), 60–66. https://doi.org/10.17721/ISTS.2020.1.60-66

References

Abdullayev, F. G., Ozkartepe, P., Savchuk, V. V., & Shidlich, A. L. (2019). Exact constants in direct and inverse approximation theorems for functions of several variables in the spaces Sp. Filomat, 33(5), 1471–1484. https://doi.org/10.2298/FIL1905471A

Antonevych, M., Didyk, A., & Snytyuk, V. (2019). Optimization of functions of two variables by deformed stars method. In O. Yudin (Ed.). *2019 IEEE International Conference on Advanced Trends in Information Theory (ATIT)* (pp. 475–480). Taras Shevchenko national university of Kyiv https://doi.org/10.1109/ATIT49449.2019.9030475

Barabash, O. V. (2004). Construction of functionally stable distributed information systems. National Academy of Defense of Ukraine [in Ukrainian].

Barabash, O. V., & Kravchenko, Y. V. (2002). Functional stability – a property of complex technical systems. Collection of Scientific Papers of the National Academy of Defense of Ukraine, 40, 225–229 [in Ukrainian].

Barabash, O. V., Obidin, D. M., Salanda, I. P., & Makarchuk, A. V. (2024). Comparative analysis of the approximation of a probabilistic functional stability indicator using Bernstein polynomials and feedforward neural networks. *Sviaz*, 3, 32–37 [in Ukrainian]. https://doi.org/10.31891/2219-9365-2024-77-6

Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., & Stein, C. (2009). *Introduction to algorithms* (3rd ed.). The MIT Press.

Kravchenko, Y., Leschenko, O., & Mykus, S. (2016). Functional stability of information and telecommunication systems. *East European Scientific Journal,* 2(6), 47–52. https://doi.org/10.2298/FIL1905471A

Kovalchuk, D., Kravchenko, Y., Starkova, O., Herasymenko, K., Tarasenko, N., & Riabtsev, V. (2020). Development of recommendations for the implementation of virtualization concepts in modern networks. In D. Ageyev (Ed.). *2020 IEEE International Conference on Problems of Infocommunications, Science and Technology (PIC S&T)* (pp. 797–802). National Aerospace university "KhAI. https://doi.org/10.1109/PICST51311.2020. 9467918

Makarchuk, A., Kal'chuk, I., Kharkevych, Y., & Kharkevych, G. (2022). Application of trigonometric interpolation polynomials to signal processing. In O. Yudin (Ed.). *2022 IEEE 4th International Conference on Advanced Trends in Information Theory (ATIT)* (pp. 156–159). Taras Shevchenko National University of Kyiv. https://doi.org/10.1109/ATIT58178.2022.10024182

Mashkov, O. A., Murasov, R. K., Kravchenko, Y. V., Dakhno, N. B., Leschenko, O. A., & Trush, O. V. (2021). Optimal forecast algorithm based on compatible linear filtration and extrapolation. *Mathematical Modeling and Computing,* 8(2), 157–167. https://doi.org/10.23939/mmc2021.02.157

Миронюк, М. Ю., Майстров, О. О., Мусієнко, А. П., & Макарчук, А. В. (2024). Аналіз побудови інтелектуальної інформаційної системи на основі поняття функціональної стійкості. *Зв'язок,* 1, 3–8. https://doi.org/10.31673/2412-9070.2024.010308

Shidlich, A. L. (2013). *Approximations of certain classes of functions of several variables by greedy approximants in the integral metrics.* Institute of Mathematics of NAS of Ukraine.

Snytyuk, V., Antonevich, M., & Didyk, A. (2020). Optimization of fire monitoring system using the deformed stars method. *Information Systems and Technologies Security*, 1(2), 60–66. https://doi.org/10.17721/ISTS.2020.1.60-66

Отримано редакцією журналу / Received: 19.09.24
Прорецензовано / Revised: 22.09.24
Схвалено до друку / Accepted: 04.11.24

Oleg BARABASH, DSc (Engin.), Prof.
ORCID ID: 0000-0003-1715-0761
e-mail: bar64@ukr.net
National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine

Andrii MAKARCHUK, PhD Student
ORCID ID: 0000-0002-6422-7488
e-mail: andreymakarh2@gmail.com
National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine

DEVELOPMENT OF A NEW INDICATOR OF FUNCTIONAL RELIABILITY AND ITS EVALUATION USING MULTIVARIABLE POLYNOMIAL REGRESSION

Background*.* *Functional The functional stability of distributed systems is becoming increasingly significant with the advancement of information technologies. Consequently, the formalization of this concept has gained relevance. Mathematical formalization of functional stability in the form of its indicators and criteria has been underway for several decades. Functional stability indicators play a key role in this process, and many such indicators have already been formulated. However, a major drawback of most of these indicators is that they are not only computationally complex but also dependent on numerous other parameters, or they fail to comprehensively describe the functional stability of the distributed system in question. In this paper, a new functional stability indicator is introduced that avoids the second of these drawbacks. The first drawback is addressed through the use of an estimation method based on multivariate polynomial regression.*

Methods*.* *The study utilized methods of computer modeling and approximation techniques.*

Results*.* *A modification of an existing indicator, known in the literature as the probability of reliability, was chosen as the method for developing the new functional stability indicator. By making certain assumptions and applying transformations, a measure was obtained that possesses certain desirable properties, namely: this measure lies strictly within the interval from zero to one, and the larger it is, the more functionally stable the distributed system under consideration can be deemed. However, the resulting functional stability indicator requires extensive calculations, prompting an attempt to estimate this indicator using approximation methods. This study explored the potential of applying multivariate polynomial regression. According to computer modeling, to achieve an average accuracy of two percent, it is sufficient to use a five-dimensional polynomial regression of the fourth degree. Increasing the degree of the five-dimensional regression model beyond this does not result in significant error reduction.*

Conclusions*.* *The functional stability indicator introduced in this study provides a convenient means for investigating the functional stability of distributed systems. However, it demands a significant amount of computation. For this reason, a method for estimating the introduced functional stability indicator has been presented, which allows for relatively accurate computation of this indicator.*

Keywords: ***functional stability, indicator, approximation, optimization, regression, multivariable functions.***

Автори заявляють про відсутність конфлікту інтересів. Спонсори не брали участі в розробленні дослідження; у зборі, аналізі чи інтерпретації даних; у написанні рукопису; в рішенні про публікацію результатів.

The authors declare no conflicts of interest. The funders had no role in the design of the study; in the collection, analyses or interpretation of data; in the writing of the manuscript; in the decision to publish the results.